

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

15 января 2016 года

Сначала, пожалуйста, прочитайте следующее:

1. Теоретический тур состоит из трех задач. Продолжительность тура 4 часа.
2. Пользуйтесь только той ручкой, которая Вам предоставлена.
3. Для расчетов Вы можете использовать свой калькулятор. Если своего у Вас нет, тогда Вы можете попросить его у организаторов олимпиады.
4. Вам предоставлены чистые листы бумаги и *Листы для записи (Writing sheets)*. Чистые листы бумаги предназначены для черновых записей, их Вы можете использовать по Вашему усмотрению, они не проверяются. На *Writing sheets* следует записывать решения задач, которые будут оценены при проверке работы. В решениях как можно меньше используйте словесные описания. В основном Вы должны использовать уравнения, числа, буквенные обозначения, рисунки и графики.
5. Используйте только лицевую сторону *Writing sheets*. При записи не выходите за пределы отмеченной рамки.
6. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы *Writing sheets*.
7. На каждом использованном *Writing sheets*, в отведенных для этого графах, необходимо указать Вашу страну (*Country*), Ваш код (*Student Code*), порядковый номер задачи (*Question Number*), текущий номер каждого листа (*Page Number*) и полное количество листов, использованных при решении всех задач (*Total Number of Pages*). Если Вы не хотите, чтобы некоторые использованные *Writing sheets* были включены в ответ, тогда перечеркните их большим крестом на весь лист и не включайте в Ваш подсчет полного количества листов.
8. Когда Вы закончите работу, разложите все листы в следующем порядке:
 - Пронумерованные по порядку *Writing sheets*;
 - Черновые листы;
 - Неиспользованные листы;
 - Отпечатанные условия задачи

Положите все листы бумаги в конверт и оставьте на столе. Вам не разрешается выносить *никакие* листы бумаги из аудитории.

Задача 1 (10,0 балла)

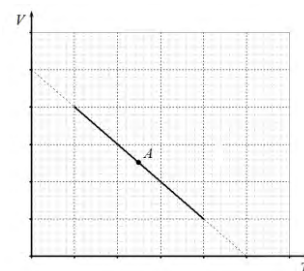
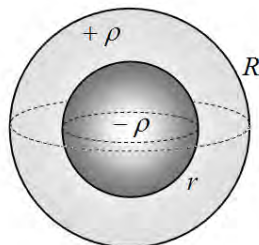
Эта задача состоит из трех частей, не связанных друг с другом.

Задача 1А (4.0 балла)

Однородная планета радиуса R не имеет атмосферы и не вращается. С поверхности планеты бросают камень под углом α к горизонту со скоростью v_0 , равной первой космической скорости на поверхности этой планеты. Найдите максимальную высоту подъёма камня над поверхностью планеты. На каком расстоянии от места броска, измеренном вдоль поверхности, камень упадёт?

Задача 1В (3.0 балла)

Один моль идеального одноатомного газа совершает процесс, график которого в координатах VT полностью лежит на прямой линии. Найдите теплоёмкость газа в точке A , равноудалённой от точек пересечения этой прямой с осями координат.

**Задача 1С (3.0 балла)**

Две сферы с радиусами r и R ($r < R$) и общим центром разбивают пространство на три области. Внутренность малой сферы равномерно заряжена по объёму с плотностью $-\rho$, пространство между сферами равномерно заряжено с объёмной плотностью $+\rho$, вне большой сферы зарядов нет. Найдите отношение радиусов R/r , при котором потенциал в центре симметрии системы будет равен потенциалу на бесконечности.

Задача 2. Равновесие с энергетической точки зрения (10,0 балла)

Широко известен общий физический принцип – всякая система стремится к уменьшению своей потенциальной энергии, а устойчивому положению равновесия соответствует состояние с минимальным ее значением.

В данной задаче рассматривается взаимодействие жидкости с поверхностью твердого тела.

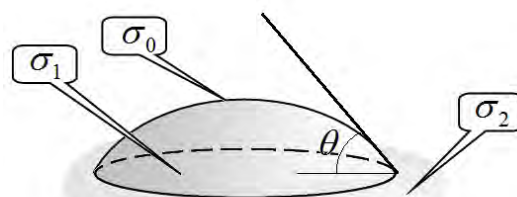
Для описания такого взаимодействия вводят следующие параметры:

σ_0 – поверхностное натяжение на границе жидкости с газом;

σ_1 – поверхностное натяжение на границе жидкости с твердым телом;

σ_2 – поверхностное натяжение на границе твердого тела с газом;

θ – краевой угол (угол смачивания).



Величины σ_0 , σ_1 , σ_2 имеют смысл поверхностной энергии, приходящейся на единицу площади контакта сред.

Во всех частях задачи используйте следующие численные значения для воды:

поверхностное натяжение $\sigma_0 = 0,072 \frac{H}{м}$;

краевой угол $\theta = 20^\circ$;

плотность жидкости $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$;

ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$.

1. Введение (1,0 балла)

1. [1,0 балла] Докажите, что изменение поверхностной энергии на границе жидкости и твердого тела определяется формулой

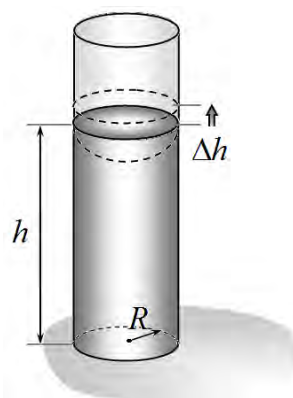
$$\Delta U_s = -\sigma_0 \cos \theta \Delta S, \quad (1)$$

где ΔS – изменение площади соприкосновения жидкости с твердым телом.

2. Вода в вертикальной цилиндрической трубке (2,0 балла)

Открытая трубка с внутренним радиусом $R = 1,0 мм$ опущена вертикально так, что ее нижний конец касается поверхности воды.

Пусть уровень воды в трубке находится на некоторой высоте h , не обязательно соответствующей положению равновесия.



2.1 [0,5 балла] Запишите формулу для изменения поверхностной энергии ΔU_s системы при дополнительном поднятии воды в трубке на малую высоту Δh .

2.2 [0,5 балла] Запишите формулу для изменения потенциальной энергии жидкости в поле тяжести ΔU_G при дополнительном поднятии воды в трубке на малую высоту Δh .

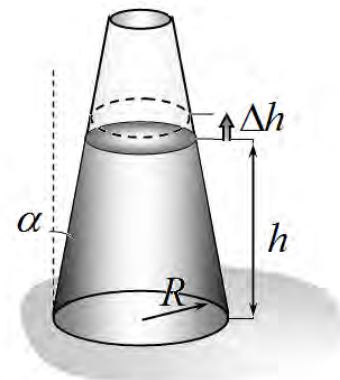
2.3 [1,0 балла] Используя принцип минимума потенциальной энергии, найдите высоту подъема воды в трубке h_0 в состоянии равновесия. Рассчитайте численное значение этой величины.

3. Вода в вертикальной конической трубке (4,0 балла)

В воду вертикально опущена длинная коническая трубка, так что ее нижний конец опущен в воду. Внутренний радиус трубки в ее нижнем основании равен $R = 1,0 мм$, а в верхнем основании – близок к нулю. Стенки трубки составляют угол α с вертикалью.

Внимание: В дальнейшем изменение поверхностной энергии на границе жидкости и воздуха не учитывайте.

Пусть уровень воды в трубке находится на некоторой высоте h , не обязательно соответствующей положению равновесия.



3.1 [0,5 балла] Запишите формулу для изменения поверхностной энергии ΔU_s системы при дополнительном поднятии воды в трубке на малую высоту Δh .

3.2 [0,5 балла] Запишите формулу для изменения потенциальной энергии жидкости в поле тяжести ΔU_G при дополнительном поднятии воды в трубке на малую высоту Δh .

3.3 [1,0 балла] Получите уравнение для определения высоты подъема воды в трубке h_1 в состоянии равновесия и выразите параметры этого уравнения через σ_0 , θ , α и найденную в п.2.3 высоту h_0 .

3.4 [1,0 балла] Пусть угол $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$. Трубку частично заполняют водой до некоторого уровня H . Найдите зависимость установившейся высоты уровня воды в трубке от H .

3.5 [1,0 балла] Укажите диапазон углов α (и его численные значения) при котором вода полностью заполнит трубку.

4. Вытекание воды (3,0 балла)

Бутылка заполнена водой и перевернута вертикально пробкой вниз. В пробке проделаны два одинаковых круглых отверстия, радиусы которых равны R .

4.1 [3,0 балла] При каком минимальном значении радиусов отверстий вода начнет вытекать из бутылки?

Математические подсказки.

Небольшую выпуклость сферической формы можно приближенно описать функцией

$$z = h \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

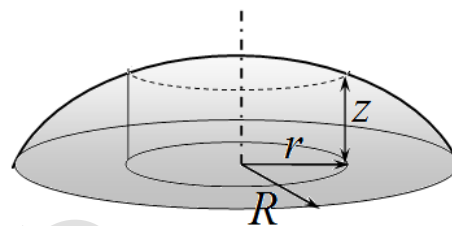
где R - радиус выпуклости, h - ее высота, причем $h \ll R$

Тогда с точностью до малых величин высшего порядка: площадь ее сферической части равна

$$S = \pi(R^2 + h^2),$$

а потенциальная энергия в поле тяжести

$$U = \frac{\pi R^2 h^2}{6} \rho g.$$

**Задача 3. Нелинейный конденсатор (10,0 балла)**

В электрическую схему с источником напряжения U_0 включены последовательно сопротивление $R = 1,00$ кОм и нелинейный конденсатор, емкости которого зависит от напряжения, а соответствующий график показан на рисунке ниже.

Примечание: для выполнения задания вам может понадобиться клетчатая бумага, расположенная под графиком.

1. [0,75 балла] Пусть $U_0 = 5,0$ В. Определите заряд конденсатора, который установится на нем через достаточно большое время.

Пусть в начальный момент времени заряд на конденсаторе равен нулю, а источник дает напряжение $U_0 = 10$ В. Из графика видно, что емкость конденсатора при этом напряжении обращается в бесконечность, то есть $C(10 \text{ В}) = \infty$.

2. [0,25 балла] Чему равно время зарядки конденсатора до напряжения $U_0 = 10$ В?

3. [3,0 балла] Определите момент времени t , когда заряд на конденсаторе станет равным $q = 4,0$ мкКл.

4. [0,5 балла] В течении какого промежутка времени Δt заряд на конденсаторе увеличится с $q_0 = 4,0$ мкКл до $q = 8,0$ мкКл.

5. [0,5 балла] Найдите заряд конденсатора в момент времени $t_0 = 3,0$ мс.

Пусть источник дает постоянное напряжение с небольшой добавкой переменного напряжения, так что $U_0 = U + \delta U \sin \omega t = [5,000 + 0,100 \sin \omega t]$ В, где $\omega = 2500$ рад/с. Через достаточно большое время в цепи установятся колебания напряжения и тока.

6. [0,5 балла] Чему равна разность фаз φ между колебаниями напряжения на конденсаторе и сопротивлении?

7. [4,0 балла] Найдите зависимость силы тока в цепи $I(t)$ от времени.

8. [0,5 балла] Найдите зависимость напряжения $U_C(t)$ на конденсаторе от времени.

