

Листок 7. Признаки делимости на 3 и 9

Признаки делимости на 3 и 9: *целое число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (на 9).*

1 Известно, что число 65349_0712 делится а) на 9; б) на 3. Какая цифра может стоять на месте пропуска? Укажите все возможные варианты!

2 Запишем подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789. Простое оно или составное (то есть делится ли оно нацело на что-нибудь, кроме единицы и самого себя)? Изменится ли ответ в задаче, если каким-то образом поменять порядок цифр в этом числе?

3 Делится ли число 32561698 на 12? Решите эту задачу: а) с помощью признака делимости на 4; б) с помощью признака делимости на 3.

4 а) Даша и Таня по очереди выписывают на доску цифры шестизначного числа. Сначала Даша выписывает первую цифру, затем Таня — вторую, и т. д. Таня хочет, чтобы полученное в результате число делилось на 3, а Даша хочет ей помешать. Кто из них может добиться желаемого результата независимо от ходов соперника? б) Тот же вопрос, но с делимостью на 9.

5 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

6 У числа 100500! вычислили сумму цифр. Затем у полученной суммы снова вычислили сумму цифр, потом ещё раз, и так до тех пор, пока не получилось однозначное число. Какое это число?

7 Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а сам код делится и на 3, и на 4. Какой код может открывать сейф?

8 В каждом пункте укажите все возможные варианты ответа.

а) Число $2 \star 45$ делится на 9. Какую цифру заменили звёздочкой?

б) Число $29 \star 45 \star$ делится на 18. Какие цифры заменили звёздочками?

в) Число $72 \star 4 \star$ делится на 45. Какие цифры заменили звёздочками?

г) Число $1 \star 456 \star$ делится на 36. Какие цифры заменили звёздочками?

9 а) Может ли произведение числа и суммы его цифр равняться 4704? б) Может ли натуральное число, записываемое с помощью 10 нулей, 10 единиц и 10 двоек, быть квадратом некоторого другого натурального числа?

10 а) Верно ли, что если натуральное число делится на 27, то и его сумма цифр делится на 27? б) Докажите, что любое целое число, которое втрое больше суммы своих цифр, делится на 27.

11 Натуральное число обладает следующим свойством: для любого числа A , которое делится на n , на n также делятся и все числа, полученные из A перестановкой цифр. Докажите, что n может быть равно только 1, 3 или 9.